Über die von De Lisle gebrauchte geographische Projektion bei der gesamten Karte des russischen Reichs*

Leonhard Euler

§1 Als einst überlegt wurde, welche Art von Projektion bei der Konstruktion der gesamten Karte des russischen Reiches zu gebrauchen wäre, hat sich freilich als erstes sofort die Stereographische Projektion angeboten, mit welcher die beiden Erdhalbkugeln, natürlich Nord- und Südhalbkugel, dargestellt zu werden pflegen, weil ja auf diese Weise nicht nur alle parallelen Kreise orthogonal von den Meridianen durchlaufen werden würden, sondern auch alle winzig kleinen Bereiche ähnlich auf der Kugeloberfläche dargeboten werden würden. Und dieser Art von Projektion ist zur damaligen Zeit vom führenden Geographen und Professor Hasius in Wittenberg bei der Erstellung der Gesamtkarte dieses Reiches gebraucht worden.

§2 Aber bei dieser Projektion sind bald zwei große Nachteile bemerkt worden, die dem gesetzten Ziel sehr entgegenstanden. Denn zuerst sind beim Mittelmeridian die Breitengrade zu ungleich, während sie nahe dem Äquator halb so groß wie um die Pole herum sind; daher entsproß dieser große Nachteil, dass für Bereiche, die am Rand dieser Karte liegen, der Maßstab

*Originaltitel: "De proiectione geographica de lisliana in mappa generali imperii russici usitata", erstmals publiziert in Acta Academiae Scientarum Imperialis Petropolitinae 1777, pp. 143ff., Nachdruck in Opera Omnia Series 1, Volume 29, pp. 288ff. ,Eneström-Nummer E492, übersetzt von: Alexander Aycock, Textsatz: Adrian Ulmcke, im Rahmen des Eulerseminars an der Johannes Gutenberg-Universtität Mainz im Sommersemester 2015 um vieles größer wird als für Bereiche, die in der Mitte der Karte dargestellt werden, woher jemandem, der die Karte anschaut, zum Beispiel Kamtschatka fast viermal größer erscheinen wird als eine Provinz derselben Größe, die in der Mitte derselben Karte dargestellt ist. Bei der Konstruktion einer solchen Karte schien es aber vor allem notwendig, dass Regionen derselben Größe auch entsprechend dargestellt werden, an welcher Stelle der Karte sie auch zu platzieren waren.

§3 Der andere Nachteil war aber darin entdeckt worden, dass sie bei dieser Projektion beim Fortschreiten vom Hauptmeridian zu den Rändern immer mehr gekrümmt werden, und am äußersten Rand sogar durch Halbkreise dargestellt werden. So wären zum Beispiel bei der Provinz Kamtschatka alle Meridiane merklich gekrümmte Kreisbogen; wenn also jemand diesen Anteil aus der Karte herausschnitte oder abzeichnete, um eine spezielle Karte dieser Provinz zu erlangen, wäre sie höchst unpassend und widerspräche den Regeln, die beim Konstruieren von geographischen Karten eingehalten werden, im besonderen Maße. Es war aber eines der Hauptanliegen, dass aus der Gesamtkarte alle speziellen Karten allein durch eine reine Kopie ohne weitere Veränderung beschrieben werden könnten und die für gewöhnlich gebrauchte Form annehmen würden.

§4 Nachdem damit diese Projektionsweise verworfen wurde, wurde die Art einer Untersuchung unterworfen, mit welcher für gewöhnlich die Pole dargestellt zu werden pflegen; aber, obwohl hier alle Meridiane durch gerade im Pol zusammenlaufende Linien dargestellt werden, auf welche Weise der eine Nachteil zwar vermieden werden würde, schien dennoch, weil bei allen Meridianen die einzelnen Breitengrade einander zu ungleich sind, auch diese Projektion zu verwerfen; weil ja gerade dies besonders verlangt war, dass auf der ganzen Karte der Maßstab der gleiche bleibt und die wahre Größe der einzelnen Provinzen aus dem Anblick der geographischen Karte richtig beurteilt werden kann.

§5 Es war also über andere Projektionsarten nachgedacht worden, die zuerst alle Meridiane durch gerade Linien darböten, in welcher auch alle Breitengrade dieselbe Größe beibehielten, dann aber, dass alle Parallelen die Meridiane rechtwinklig schneiden. Weil aber in keinster Weise möglich ist, dass die Grade der Parallelen zu den Graden der Meridiane dasselbe Verhältnis haben, welches natürlich auf der Kegeloberfläche entdeckt wird, scheint es weise, von dieser Projektion lieber ein wenig abzuweichen, als auf die erwähnten Vorteile gänzlich zu verzichten. Daher ist also die folgende Frage von größter Bedeutung entstanden: Auf welche Weise müssen die Meridiane mit den Parallelen festgelegt werden, dass vom wahren Verhältnis, welches Längen- und Breitengrade auf der Sphäre zueinander haben, auf der ganzen Karte möglichst wenig abgekommen wird? Natürlich ist das so zu verstehen, dass die Fehler kaum wahrgenommen werden können, weil ja eine solche Abweichung leicht verschmerzt werden können wird, wenn im Ausgleich die gerade erwähnten Vorteile erhalten werden.

§6 Diesem Verlangen versuchte dann damals der hochgeehrte Astronom und Geograph De Lisle zu, welchem die Erstellung einer solchen gesamten Karte als erstes aufgetragen worden war, so nachzukommen, dass er für zwei merkliche Parallelen das richtige Verhältnis zwischen Breiten- und Längengraden festlegte; wenn diese in gleichen Abständen so von der Mittelparallele der ganzen Karte wie von der äußersten entfernt sind, kann die Abweichung niemals bemerkbar sein, glaubte er. Hier wird also gesucht, welche zwei Parallelen für dieses Ziel ausgewählt werden müssen, dass auch die daher entspringenden Fehler kleinst möglich werden.

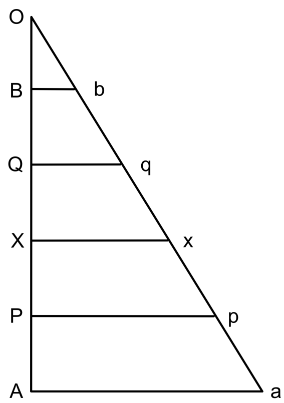

Fig. 1

§7 Es sei also (Fig. 1) AB ein Anteil eines gewissen durch das russische Reich hindurchgehenden Meridians, dessen meridionale Grenze in A sei, die nördliche hingegen in B, und die Breite in A werde = a gesetzt, in B hingegen = b, sodass $a = 40°$ und $b = 70°$ ist; dann bezeichne aber δ die Größe eines Grades in allen Meridianen. Es seien weiter die Punkte P und Q die Orte, wo Längengrade zu Breitengraden das richtige Verhältnis haben müssen, und man setze weiter für den Punkt P die Breite = p, für den Punkt Q hingegen die Breite = q. Weil sich ja die Grade einer gewissen Parallele auf der Sphäre also zu den Geraden des Meridians so verhalten wie der Kosinus der Breite zum ganzen Sinus, muss für den Ort P der Längengrad $Pp = \delta \cos p$ angenommen werden und für den Ort Q ein Längengrad Qq = $\delta \cos q$ genommen werden, welche Strecken Pp und Qq, auch wenn sie eigentlich Kreisbogen sind, hier als zum Meridian AB normale Geraden angesehen werden können werden.

§8 Man ziehe nun durch die Punkte p und q die den verlängerten Hauptmeridian AB in O schneidende Gerade pqO, und diese Grade Oqp wird dann den nächsten vom grundlegenden um einen Längengrad entfernten Meridian bezeichnen: Und auf dieselbe Weise werden vom Punkt O aus leicht alle übrigen Meridiane gezeichnet werden können. Aber um den Schnittpunkt O zu finden, werde

$$Pp - Qq : PQ = Pp : PO;$$

das heißt

$$\delta(\cos p - \cos q) : q - p = \delta \cos p : PO,$$

welcher wird

$$PO = \frac{(q-p)\cos p}{\cos p - \cos q}$$

Wenn also $p = 50°$ und $q = 60°$ genommen wird, wird das Intervall $PO = 45°1'$ aufgefunden. Weil also der Punkt P vom Äquator um 50° entfernt ist, wird der Abstand des Punktes O vom Äquator $95°1'$ sein, und liegt daher $5°1'$ jenseits des Erdpols.

§9 Weil ja also dieser Punkt O, von dem aus alle Meridiane gezeichnet werden, verschieden vom wahren Erdpol hervorgegangen ist, von welchem Punkt auf der Sphäre alle Meridiane ausgehen, würde daher natürlich in den den Polen sehr nahen Bereichen eine höchst absurde Darstellung entspringen.

Aber weil in der gesamten Karte des russischen Reiches keine Orte jenseits des 70°-ten Breitengrades dargestellt werden müssen, wird, solange für die Breite der Fehler nicht allzu groß wird, jene Abweichung leicht verschmerzt werden können. Nachdem aber dieser Punkt O gefunden worden ist, werde zuerst von ihm aus mit der Strecke OP ein Kreis beschrieben, dessen Peripherie in Teile = $\delta \cos p$, die also einem Grad dieser Parallele gleich sind, geteilt werden, und die von jenem Punkt O durch die einzelnen Teilungspunkte gezeichneten Geraden werden alle in der Karte zu zeichnenden Meridiane geben. Und auf diese Weise werde also vom Zentrum O aus durch die einzelnen Grade beschriebenen Meridiane alle in der Karte festzulegenden Parallelkreise geben, die so beschaffen sein werden, dass für die zwei Breitengrade p und q deren Längengrade das richtige Verhältnis zu den Breitengraden haben. Auf diese Weise wird also das Netz für eine solche gesamte Karte leicht konstruiert werden, auf welche Weise die Niederschreibung aller Provinzen keine weiteren Schwierigkeiten bereiten wird.

§10 Nun wollen wir vor allem sehen, wie sehr diese Darstellung in den Grenzen A und B der Karte von der Wahrheit abkommt. Es sei also Aa ein Grad der Parallele für die Grenze A, und Bb ein solcher Grad für die Grenze B, welche in Wahrheit $\delta \cos a$ und $\delta \cos b$ sein müssten. Um nun die Größe dieser Grade in der Karte ausfindig zu machen, wollen wir zuerst den einem Grad entsprechenden Winkel POp suchen, welcher sein wird

$$= \frac{Pp}{PO} = \frac{\delta(\cos p - \cos q)}{q-p} = \frac{\cos p - \cos q}{q-p} \text{ wegen } \delta = 1^\circ$$

Diesen Winkel wollen wir also der Kürze wegen $= \omega$ setzten, dass gilt

$$\omega = \frac{\delta(\cos p - \cos q)}{q-p}$$

Daher wird also, wenn wir wie oben $p = 50^\circ$ und $q = 60^\circ$ nehmen, dieser Winkel POp $\omega = 49^\circ 6''$ werden. In dieser Berechnung ist aber sorgfältig darauf zu achten, dass das Intervall q - p nicht in Graden, sondern in Kreisteilen ausgedrückt werden muss, wo angemerkt sei, dass die Größe eines solchen Grades 0,01745329 ist. Daher tritt es also klar zutage, dass die Winkel ω, die die einzelnen Längengrade auf den Punkt O beziehen, ein wenig kleiner sind als ein Grad.

§11 Hier aber, die Frage im Allgemeinen betrachtet, wollen wir diesem einem grade entsprechenden Winkel $= \omega$ setzen, dass gilt

$$\omega = \frac{\delta(\cos p - \cos q)}{q - p},$$

wo angemerkt sei, weil hier die Buchstaben p und q in Graden ausgedrückt werden, dass das Intervall q - p mit 0,01745329 multipliziert werden muss, an dessen Stelle wir der Kürze wegen α schreiben werden, so dass gilt

$$\omega = \frac{\delta(\cos p - \cos q)}{\alpha(q - p)},$$

wo anstelle von $\delta = 1°$ geschrieben werden kann, weil wir ja den Winkel ω auch in Graden verlangen. Außerdem wollen wir den Abstand des Punktes O über den Pol hinaus = z Grade setzten. Weil ja also der Abstand des Ortes P vom Pol $90° - p$ ist , wird sein Abstand vom Punkt O $90° - p + z$, dessen Wert in Kreisteilen $\alpha(90° - p + z)$ sein wird. Dieses Intervall ist aber zuvor aufgefunden worden als

$$= PO = \frac{(q - p)\cos p)}{\cos p - \cos q},$$

welches, weil es in Graden ausgedrückt wird, dem Winkel $90° - p + z$ gleich werden muss, sodass der wird

$$z = \frac{(q - p)\cos p}{\cos p - \cos q} - 90° + p$$

§12 Nachdem diese Dinge festgelegt worden sind, weil die Distanz der Grenze A vom Pol $90° - a$ ist, wird das Intervall AO = $90° - a + z$ und in Kreisteilen $= \alpha(90° - a + z)$ sein, welches mit ω multipliziert den Grad Aa geben wird, dessen Größe also sein wird

$$\frac{\delta(90° - a + z)(\cos p - \cos q)}{q - p};$$

weil dieser Grad in Wahrheit $= \delta \cos a$ sein muss, wird die Differenz zwischen diesen Werten den Fehler dieser Projektion in der Grenze A selbst zeigen. Auf dieselbe Weise wird für die andere Grenze B in dieser Projektion der Grad der Parallele dieser sein

$$\frac{\delta(90^\circ - b + z)(\cos p - \cos q)}{q - p};$$

weil dieser in Wahrheit $= \delta \cos b$ ist, wird die Differenz zwischen diesen Werten den Fehler dieser Projektion in der Grenze B selbst zeigen.

§13 Es wird also zuerst gefällig sein, die beiden Mittelpunkte P und Q so anzunehmen, dass die Fehler in beiden Grenzen A und B einander gleich werden, woher diese Gleichung erhalten wird

$$\frac{(90^\circ - a + z)(\cos p - \cos q)}{q - p} - \cos a = \frac{(90^\circ - b + z)(\cos p - \cos q)}{q - p} - \cos b,$$

welche auf diese Form zurückgeführt wird:

$$(a - b)(\cos p - \cos q) + (q - p)(\cos a - \cos b) = 0$$

§14 Um aber unsere Untersuchungen zu vereinfachen, werden wir anstelle der Größen p und q das Intervall z in Graden ausgedrückt einführen, an welchem der Punkt O über den Pol hinausgeht, und darüber hinaus den Winkel ω, der den einzelnen Längengrad um den Punkt O herum entspricht, oder in welchem zwei sehr nahe um einen Grad voneinander entfernte Meridiane zueinander geneigt sind; und dieser Winkel ω wollen wir durch Grade oder die üblichen Kreisteile ansehen, auf welche Weise sich für den Buchstaben δ die Einheit schreiben lassen wird. Auf diese Weise wird also ein Grad der Parallele in der Grenze A $= \alpha(90^\circ - a + z)\omega$ sein, in der Grenze B hingegen B$= \alpha(90^\circ - b + z)\omega$. Weil also an diesen Stellen die Größe dieser Grade in Wirklichkeit $\cos a$ und $\cos b$ ist, werden die Fehler einander gleichgesetzt diese Gleichung liefern:

$$\alpha(90^\circ - a + z)\omega - \cos a = \alpha(90^\circ - b + z)\omega - \cos b;$$

die auf diese reduziert wird:

$$\alpha(b - a)\omega = \cos a - \cos b;$$

daher schließen wir sofort

$$\omega = \frac{\cos a - \cos b}{\alpha(b-a)},$$

welcher Wert in Teilen eines Grades ausgedrückt werden wird.

§15 Nachdem also die Fehler der Projektion an den beiden Grenzen A und B aneinander angeglichen wurden, wollen wir sie darüber hinaus dem größten Fehler gleich machen, der überhaupt innerhalb des Intervalls AB auftreten kann; weil dieser Fehler in der Mitte X passiert, deren Breite $= \frac{a+b}{2}$ ist , wird der Fehler an dieser Stelle sein

$$\alpha(90^\circ - \frac{a+b}{2} + z)\omega - \cos\frac{a+b}{2},$$

der, weil er sich in die entgegengesetzte Richtung erstreckt, festzulegen sein wird als

$$\cos\frac{a+b}{2} - \alpha(90^\circ - \frac{a+b}{2} + z)\omega;$$

dieser Fehler werde also den für a und b gefundenen Fehlern gleichgesetzt und es werden diese zwei Gleichungen entsprießen:

$$\alpha(90^\circ - a + z)\omega - \cos a = \cos\frac{a+b}{2} - \alpha(90^\circ - \frac{a+b}{2} + z)\omega$$

und

$$\alpha(90^\circ - b + z)\omega - \cos b = \cos\frac{a+b}{2} - \alpha(90^\circ - \frac{a+b}{2} + z)\omega$$

§16 Aber die Gleichheit der Fehler in den Grenzen A und B hat uns hingegen schon diese Gleichung an die Hand gegeben:

$$\omega = \frac{\cos a - \cos b}{\alpha(b-a)},$$

welcher Wert in den beiden vorhergehenden Gleichungen eingesetzt diese Gleichung geben wird:

$$\frac{(180^\circ - \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b + 2z)(\cos a - \cos b)}{b-a} = \cos a + \cos\frac{a+b}{2},$$

welche auf diese Form reduziert wird:

$$180° - \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b + 2z = \frac{b-a}{\cos a - \cos b} \cdot (\cos a + \cos\frac{a+b}{2}),$$

aus welcher Gleichung sich leicht die Distanz z bestimmen lassen wird.

§17 Wir wollen all diese nun auf den Fall der Karte des russischen Reiches anwenden, wo $a = 40°$ und $b = 70°$ sei, und daher $\frac{a+b}{2} = 55°$. Daher werden wir also für den Winkel ω diese Gleichung erhalten:

$$\omega = \frac{\cos 40° - \cos 70°}{30\alpha} = \frac{0,4240243}{0,5235987}',$$

woher $\omega = 48'44''$ gefunden wird. Nachdem also dieser Wert gefunden worden ist, wird die erste Gleichung, nach Einsetzen der Werte anstelle von a und b,

$$\alpha(85° + 2z)\omega = \cos 40° + \cos 55° = 1,33962,$$

es war aber

$$\alpha\omega = \frac{0,42402}{30} = 0,0141,$$

und so werden wir haben

$$85° + 2z = \frac{1,33962}{0,01410} = 95°0' \text{und daher } z = 5°.$$

§18 Wir haben angenommen, dass hier der größte Fehler um die Mitte des Intervalls AB herum auftritt; weil er aber nicht genau bei diesem Ort geschehen muss, wollen wir den Punkt X suchen, wo der Fehler nun wirklich maximal wird. Es bezeichne also x die breite dieses Ortes, und weil der Fehler dort sein wird

$$\alpha(90° - x + z)\omega - \cos x,$$

wollen wir sein Differential gleich Null setzen. Hier ist aber Obacht zu geben, dass für $d.\cos x$ nicht auf gewünschte Weise $-dxsinx$ geschrieben wird; deshalb weil hier x in Graden ausgedrückt angenommen wird, während das Differential des Bogens selbst, welches αx ist, mit $\sin x$ multipliziert werden muss. Weil also gilt

$$d\cos x = -\alpha dx \sin x,$$

wird das Differential unserer Formel $-\alpha\omega dx + \alpha dx sin x = 0$ geben, woher $\sin x = \omega$ wird, wo ω der oben gefundene Bruch ist

$$= \frac{\cos a - \cos b}{\alpha(b-a)},$$

dessen Wert in unserem Fall dieser ist:

$$\frac{0,4240243}{0,5235987} = \sin x,$$

woher $x = 54°4'$ wird, welcher Ort also kaum vom Mittelpunkt des Intervalls AB abweicht.

§19 Nachdem nun dieser Wert für x gefunden worden ist, wird der Fehler an dieser Stelle sein

$$\alpha(90° - x + z)\omega - \cos x,$$

dessen Negatives dem Fehler in den Grenzen A und B gleich gesetzt diese Gleichung geben wird:

$$\alpha(180° - a - x + 2z)\omega = \cos a + \cos x,$$

aus welcher der Wert von z bestimmt werden muss, natürlich: Weil $x = 54\frac{1}{15}°$ ist, wird die Gleichung diese sein

$$85\frac{14}{15}° + 2z = \frac{\cos a + \cos b}{\alpha\omega} = 95°56' \text{und daher } 2z = 10° \text{ und } z = 5°,$$

während $\omega = 0,8098270$ in Graden oder $\omega = 48'44''$ ist.

§20 Wir werden also sehen, wie groß dieser maximale Fehler an den Stellen A, B und X sein wird. Wir wollen für dieses Ziel den Fehler in A berechnen, der, weil gilt

$$\alpha\omega(90° - a + z) - \cos a = 55°\alpha\omega - 0,7660444,$$

wegen $\alpha\omega = 0,01410$ 0,00946 werden wird, natürlich ist er, weil der Grad der Parallele bei der Breite A = 0,76604 sein müsste, in dieser Projektion ein wenig größer, nämlich 0,77550; und weil ja dieser Fehler in Teilen eines Grades

des Meridians ausgedrückt wird, wird, wenn 15 röm. Meilen einem solchen Grad zugeteilt werden, dieser Fehler $0,14190$ werden, das heißt ungefähr der siebte Teil einer röm. Meile, oder ein Rheinisches Fuß. Dieser Fehler in der Grenze B oder einer Breite von $70°$, wo ein Grad der Parallele $0,34202$ ist, wird also nur dem achtunddreißigsten Teil gleich, welcher in dieser Region leicht verschmerzt werden kann.

§21 Für die Konstruktion der Karte des russischen Reiches wird also am besten der Punkt O auf dem mittleren Meridian BA $5°$ jenseits des Pols festgelegt, von welchem aus darauf folgend leicht durch die einzelnen Breitenrade die Meridiane AB einbeschrieben werden, in welchen ein Längengrad so bezeichnet werden muss, dass dem einzelnen von um den Punkt O herum der Winkel 48′45″ zukommt; daher weil das Intervall OA = $55°$ ist, wird in der durch die Grenze A gezogenen Parallele ein Längengrad sein:

$$55°\alpha\omega = 0,77550,$$

oder ein solcher Grad wird sich zum Meridian wie 0,77550 : 1 verhalten, woher diese Teilung hinreichend bequem durchgeführt werden können wird.

§22 Weil ja in dieser Projektion alle Meridiane durch gerade Linien dargeboten werden, werden auch die anderen Großkreise, welche sich in dieser Karte auffassen lassen, nicht viel von geraden Linien abweichen. Der Äquator wäre freilich der um das Zentrum O mit dem Radius $= 95°$ beschrieben Kreis, in welchem die einzelnen Grade $95° \cdot \alpha\omega = 1,33950$ wären, welche dennoch den Graden des Meridians gleich sein müssen; weil ja aber der Äquator in unserer Karte gar nicht auftaucht, schadet dieser Fehler der Projektion nicht. Wir wollen also sehen, wie sehr die auf der Karte selbst zu ziehenden Großkreise von geraden Linien abweichen.

§23 Damit diese Untersuchung leichter durchgeführt werden kann, verlängere man (Fig. 2) unseren mittleren Meridian AB nach oben bis O und nach unten bis zum Äquator E, so dass gilt

$$EA = 40°, AB = 30° \text{ und } BO = 25°;$$

der Pol sei aber in Π, mit $\Pi O = 5°$, der um das Zentrum O durch E gezeichnete Kreis bezeichne aber den Äquator, auch wenn wir diesen in

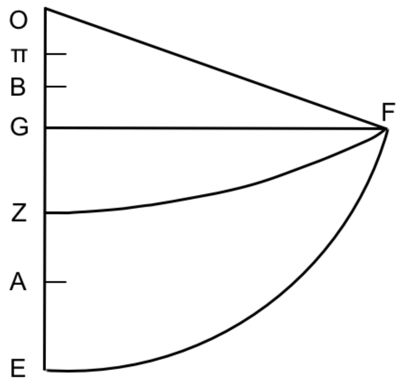

Fig. 2

unserer Karte eigentlich nicht benötigen, auf welchem der Bogen EF von 90 Grad genommen werde, wie wir gerade definiert haben, und es wird gelten

$$\text{Winkel } EOF = 90^\circ \cdot \omega = 72^\circ 53',$$

mit OF = 95°. Es wird also dieser Punkt F der gemeinsame Pol aller Großkreise sein, die zu unserem Meridian AG orthogonal gezeichnet werden können.

§24 Wenn wir daher also innerhalb des Intervalls irgendeinen Punk Z annehmen, durch welchen der zum Meridian AB normale Großkreis gezeichnet werden muss, wird er natürlich in Z zu AB senkrecht sein und durch den Punkt F hindurchgehen. Aber seine wahre Form wird eine höchst transzendente Kurve sein, dennoch wird sie indes kaum merklich vom Kreisbogen abweichen, der durch die Punkte Z und F normal zur Gerade AB gezeichnet wird, welcher Bogen ZF sei; um dessen Krümmung zu finden, werde von F zu OE das Lot gefällt und es wird gelten

$$OG = 95^\circ \cos 72^\circ 53' = 27,96024$$

und

$$FG = 95^\circ \sin 72^\circ 53' = 90,79221$$

Daher tritt es also klar zutage, dass die Gerade FG den Quadranten des zum Meridian AB normalen Großkreises darstellt; weil dieser fast neunzig

Grad des Meridians enthält, wird er kaum von der Wahrheit abweichen. Aber dahingegen wird, wenn durch die Grenze A ein solch zu BA orthogonaler Großkreis gezeichnet wird, der Bogen AF ein wenig größer sein als die Gerade FG; dennoch wird der Fehler indes leicht toleriert werden können. Denn der Radius eines solchen Kreises wäre $165°, 9477$, der schon so groß ist, dass seine Krümmung in der Karte kaum merklich ist, und daher alle in der Projektion zu zeichnenden Großkreise kaum von geraden Linien abweichen werden.

§25 Was hier über die zum Mittelmeridian AB normalen Großkreise gesagt wurde, gilt in gleicher Weise für alle Großkreise, die andere Meridiane orthogonal durchlaufen; daher wird auch dieser riesige Vorteil dieser Projektion erlangt, dass gerade von einem bestimmten Ort zu einem anderen gezogene Geraden hinreichend genau den auf der Kugeloberfläche zu zeichnenden Großkreisen entsprechen, und deshalb können die Abstände der jeweiligen Orte in dieser Projektion mithilfe eines Zirkels ohne merklichen Fehler bestimmt werden; deswegen ist aufgrund dieser hervorstehenden Eigenschaften diese Art von Projektion für die Gesamtkarte des russischen Reiches allen anderen weit vorzuziehen, obgleich, mit größter Strenge untersucht, sie nicht unwesentlich von der Wahrheit abkommt.